

۲۳ پژوهش‌های معماری اسلامی

شماره شایا X ۹۷ - ۳۳۳

فصلنامه علمی
قطب علمی معماری اسلامی
سال هفتم - شماره دوم - تابستان ۱۳۹۸

❏ مدل مفهومی ارزیابی شاخص‌های فضای معماری بر مبنای تطبیق دیدگاه‌های غربی و ایرانی - اسلامی
سجاد سلیمانزاده / فرح حبیب / ایرج اعتصام

❏ طراحی کاربردی: مسأله تقسیم‌بندی زمینه از منظر ریاضی
مجتبی پوراحمدی / مهدی سهرانی

❏ تبیین عوامل مؤثر بر ایجاد حس مکان در بناهای امامزاده‌ها (امامزاده سید حسن (ع) و علی صالح (ع))
بهزاد وثیق / عطالله یازی‌کیا

❏ اولویت‌بندی و تفحصی بر اصول و ارزش‌های معماری ایرانی دوره اسلامی: مبتنی بر تجلی معنا در عناصر کالبدی معماری (با استعانت از آیه ۲۳ سوره مبارکه حشر)
جمال‌الدین مهدی نژاد / حمیدرضا عظمتی / علی صادقی حبیب‌آباد

❏ اولویت‌بندی راهبردهای پایداری حیات و سرزندگی در محله با رویکرد اسلامی
فرهنگ مظفر / عبدالحمید نقره‌کار / مهدی حمزه‌نژاد / صدیقه معین‌مهر

❏ تحلیل نمودپذیری مفهوم قناعت در الگوی خانه‌های سنتی ایرانی (نمونه موردی: خانه مرتاض در یزد)
علی اکبر حیدری / عیسی قاسمیان

❏ نقدی بر ساختار کلی «سبک رازی» بر اساس تحلیل دو گونه‌ی «مقبره» و «گنبدخانه» در معماری دوران سلجوقی
امین مرادی / بهروز عمرانی / سید رسول موسوی حاجی



شماره شایا: X-980-2382
پژوهش‌های معماری اسلامی ۲۳

فصلنامه علمی
قطب علمی معماری اسلامی
سال هفتم - شماره دوم - تابستان ۱۳۹۸

لیست داوران این شماره:

- دکتر سمانه تقدیر (استادیار دانشگاه علم و صنعت ایران)
- دکتر رضا سامه (استادیار دانشگاه بین المللی امام خمینی)
- دکتر محمدرضا پورجعفر (استاد دانشگاه تربیت مدرس)
- دکتر حسن سجاذزاده (استادیار دانشگاه بوعلی همدان)
- دکتر مریم روستا (استادیار دانشگاه شیراز)
- دکتر امین عبدمجیری (استادیار دانشگاه قم)
- دکتر حجت گلین (استادیار دانشگاه باهنر کرمان)
- دکتر شهریار ناسخیان (استادیار دانشگاه هنر اصفهان)
- دکتر احد نژاد ابراهیمی (استادیار دانشگاه هنر اسلامی تبریز)
- مهندس عبدالحمید نقره کار (دانشیار دانشگاه علم و صنعت ایران)
- دکتر سید مجید هاشمی (استادیار دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی)
- دکتر پریسا هاشم پور (استادیار دانشگاه هنر اسلامی تبریز)
- دکتر مهدی سعدوندی (استادیار دانشگاه هنر اصفهان)

نشریه پژوهش‌های معماری اسلامی بر اساس مجوز کمیسیون نشریات وزارت علوم تحقیقات و فناوری به شماره ۱۳۷۲۰۶/۱۸/۳ مورخ ۹۳/۷/۲۸ از شماره نخست دارای اعتبار علمی پژوهشی می باشد.

این مجله در پایگاه های (SID) و (ISC) نمایه می شود.

مدیر مسئول: معاونت پژوهشی دانشگاه علم و صنعت ایران

سر دبیر: دکتر محسن فیضی

مدیر داخلی: دکتر فاطمه مهدیزاده سراج

ویراستار ادبی فارسی: سارا متولی

کارشناس مجله: امیرحسین یوسفی - زهرا کاشانی دوست

ویراستار انگلیسی: محمد رضا عطایی همدانی

هیأت تحریریه:

- دکتر سید غلامرضا اسلامی: دانشیار دانشگاه تهران
- دکتر حسن بلخاری: استاد دانشگاه تهران
- دکتر مصطفی بهزادفر: استاد دانشگاه علم و صنعت ایران
- دکتر محمد رضا پورجعفر: استاد دانشگاه تربیت مدرس
- دکتر مهدی حمزه نژاد: استادیار دانشگاه علم و صنعت ایران
- دکتر اسماعیل شیعه: استاد دانشگاه علم و صنعت ایران
- دکتر منوچهر طیبیان: استاد دانشگاه تهران
- دکتر حمید ماجدی: استاد واحد علوم تحقیقات دانشگاه آزاد اسلامی
- دکتر اصغر محمد مرادی: استاد دانشگاه علم و صنعت ایران
- دکتر غلامحسین معماریان: استاد دانشگاه علم و صنعت ایران
- دکتر فاطمه مهدیزاده سراج: استاد دانشگاه علم و صنعت ایران
- مهندس عبدالحمید نقره کار: دانشیار دانشگاه علم و صنعت ایران
- دکتر محمدتقی زاده: استادیار واحد علوم تحقیقات دانشگاه آزاد اسلامی
- دکتر علی یاران: استاد وزارت علوم، تحقیقات و فناوری

طراح جلد و صفحه آرا: امیرحسین یوسفی

قیمت: ۲۵۰۰۰ ریال

مقالات مندرج در این مجله، الزاماً بیانگر نقطه نظرات «پژوهش های معماری اسلامی» و «قطب علمی معماری اسلامی» نمی باشد و نویسندگان محترم، مسئول مقالات خود هستند.

نشانی دفتر مجله: دانشگاه علم و صنعت ایران / قطب علمی معماری اسلامی / کد پستی ۱۶۸۴۶۱۳۱۱۴ / **تلفن مستقیم:** ۰۲۱-۷۷۴۹۱۲۴۳

نشانی راینامه: jria@iust.ac.ir / **نشانی وب:** <http://iust.ac.ir/jria>

۱	مدل مفهومی ارزیابی شاخص‌های فضای معماری بر مبنای تطبیق دیدگاه‌های غربی و ایرانی-اسلامی سجاد سلیمانزاده / فرح حبیب / ایرج اعتصام
۲۱	طراحی کاربندی: مسأله تقسیم‌بندی زمینه از منظر ریاضی مجتبی پوراحمدی / مهدی سهرابی
۳۷	تبیین عوامل مؤثر بر ایجاد حس مکان در بناها امامزاده‌ها (امامزاده سید حسن (ع) و علی صالح (ع)) بهزاد وثیق / عطالله یاری‌کیا
۵۰	اولویت‌بندی و تفحصی بر اصول و ارزش‌های معماری ایرانی دوره اسلامی؛ مبتنی بر تجلی معنادر عناصر کالبدی معماری (با استعانت از آیه ۲۳ سوره مبارکه حشر) جمال‌الدین مهدی نژاد / حمیدرضا عظمتی / علی صادقی حبیب‌آباد
۶۹	اولویت‌بندی راهبردهای پایداری حیات و سرزندگی در محله با رویکرد اسلامی فرهنگ مظفر / عبدالحمید نقره‌کار / مهدی حمزه‌نژاد / صدیقه معین‌مهر
۸۷	تحلیل نمودپذیری مفهوم قناعت در الگوی خانه‌های سنتی ایرانی (نمونه موردی: خانه مرتاض در یزد) علی اکبر حیدری / عیسی قاسمیان
۱۰۷	نقدی بر ساختار کلی «سبک رازی» بر اساس تحلیل دو گونه‌ی «مقبره» و «گنبدخانه» در معماری دوران سلجوقی امین مرادی / بهروز عمرانی / سید رسول موسوی حاجی



طراحی کاربردی: مسأله تقسیم‌بندی زمینه از منظر ریاضی



مجتبی پوراحمدی*

استادیار گروه معماری، دانشکده معماری و هنر، دانشگاه گیلان، رشت، ایران (نویسنده مسئول)

مهدی سهرابی**

مربی گروه ریاضی، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد رودسر و املش، رودسر، ایران

تاریخ دریافت مقاله: ۹۷/۰۷/۲۱ تاریخ پذیرش نهایی: ۹۸/۰۴/۱۰

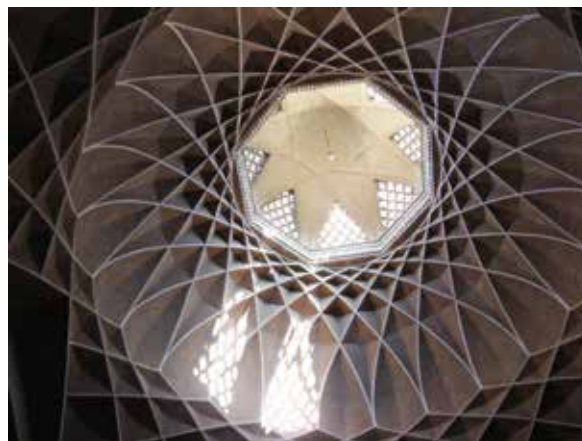
چکیده:

در طراحی کاربردی بر روی یک زمینه مشخص، تعیین تعداد اضلاع کاربردی مرحله‌ای حیاتی محسوب می‌شود. با توجه به خصوصیات هندسی کاربردی‌ها، هر کاربردی برای هر زمینه‌ای قابل استفاده نمی‌باشد. در پژوهش حاضر، روش طراحی کاربردی در آثار سه تن از اساتید و معلمان معماری سنتی ایران شامل استاد پیرنیا، استاد شعریاف و استاد لرزاده مرور و بررسی می‌شود. در هیچ یک از این منابع برای پاسخگویی به مسأله مورد اشاره، یک روش علمی دقیق مطرح نشده است و به نظر می‌رسد یافتن پاسخ مناسب برای این مسأله بیشتر به آزمون و خطا موکول شده که به یافتن جواب‌های تقریبی می‌انجامیده است. تنها استاد پیرنیا از یک فرمول تجربی ساده برای تعیین تعداد اضلاع کاربردی‌های یک‌پا سخ گفته که این فرمول نیز محدودیت‌های خاص خود را داشته است. هر چه جواب‌های به دست آمده برای نحوه تقسیم‌بندی مستطیل زمینه با رواداری بیشتری حاصل آمده باشد؛ شمسه کاربردی دارای اعوجاج بیشتری خواهد بود و به جای دایره به سمت بیضی تمایل پیدا می‌نماید. پژوهش حاضر این مرحله حساس از طراحی کاربردی را به صورت یک مسأله ریاضی صورت‌بندی می‌نماید و با نگارش برنامه‌ای به زبان میپل، ابزار علمی دقیقی برای حل آن در اختیار طراحان قرار می‌دهد. برای اجرای برنامه، تعیین یک‌پا یا دوپا بودن کاربردی مورد نظر، اندازه طول و عرض مستطیل زمینه و نهایتاً مقدار رواداری قابل قبول الزامی است. پس از ورود این اطلاعات، محاسبات انجام می‌شوند و پاسخ‌هایی که در محدوده رواداری قابل قبول قرار دارند؛ به ترتیب از دقیق‌ترین پاسخ‌ها تا کم‌دقت‌ترین آنها در خروجی برنامه درج می‌شوند. دقت بسیار بالا و امکان بررسی تعداد نامحدود گزینه‌ها در زمان بسیار کوتاه (در نسخه فعلی هزار گزینه که البته به سادگی نیز قابل تغییر است) از مزایای برنامه پیشنهادی می‌باشد. پس از معرفی روش ریاضی و نگارش برنامه مورد نظر، نمونه‌ای از کاربرد این برنامه جهت طراحی کاربردی یک‌پا و دوپا بر روی یک زمینه واحد به نمایش گذاشته می‌شود. در ادامه، فرمول تجربی استاد پیرنیا توسط برنامه مورد نظر به محک آزمایش گذاشته می‌شود. نتیجه آزمون نشان می‌دهد که این فرمول سنتی در حیطه کاربرد محدود و متعارف خود، می‌توانسته پاسخ‌های نسبتاً دقیق و قابل قبولی را تولید نماید. در نهایت، بحثی درباره نتایج و کاربردهای پژوهش ارائه می‌شود.

واژه‌های کلیدی: معماری ایران، کاربردی، استاد پیرنیا، استاد شعریاف، استاد لرزاده.

مقدمه

کاربندی سازه نوع خاصی از پوشش سقف در معماری سنتی ایران می‌باشد که «متشکل از لنگه‌طاق‌هایی با قوس معین که تحت قواعدی هندسی همدیگر را قطع می‌کنند و قواره اصلی پوشش را به وجود می‌آورند» (بزرگمهری ۱۳۸۵، ۱). یکی از مسائل اصلی مرتبط با طراحی کاربردی‌ها این است که به جهت ساختار هندسی خاص کاربردی‌ها، نمی‌توان هر کاربردی دلخواهی را روی هر زمینه مورد نظر طراحی نمود. به بیان دیگر، تنها یک یا تعداد معدودی کاربردی برای پوشش هر زمینه خاص قابل استفاده می‌باشد. از این رو، ضرورت دارد که طراح بتواند به طریقی نوع مناسب کاربردی برای زمینه مورد نظر را تشخیص دهد. پرسشی که پژوهش حاضر می‌کوشد تا پاسخی برای آن ارائه نماید؛ به همین نکته برمی‌گردد که از منظر هندسی، یک معمار چگونه می‌تواند کاربردی/کاربندی‌های مناسب برای یک زمینه مشخص را بیابد.



تصویر ۱. کاربردی عمارت باغ دولت آباد، یزد

با مرور دستورالعمل‌های سنتی در مورد طراحی کاربردی‌ها روشن می‌شود که حیاتی‌ترین پرسشی که طراح کاربردی باید از منظر هندسی به آن پاسخ دهد؛ اینست که تعداد اضلاع آن کاربردی که به بهترین شکل بر زمینه مورد نظر منطبق می‌شود؛ باید چند باشد؛ به بیان دیگر، طراح چگونه زمینه مورد نظر را به زاویه‌ها یا قطعات خاصی تقسیم نماید که با ساختار هندسی خاص کاربردی‌ها سازگار باشد.

با مرور ادبیات علمی مرتبط به نظر می‌رسد که توضیح شفاف و قانع‌کننده‌ای برای نحوه تعیین تعداد اضلاع کاربردی مناسب برای زمینه مورد نظر از منظر ریاضی ارائه نمی‌شود. فقط استاد پیرنیا است که از یک فرمول سنتی ساده و تجربی در این ارتباط سخن به میان آورده است (نک: بزرگمهری ۱۳۸۵، ۱۲). بدین ترتیب، به نظر می‌رسد در غیاب یک راه‌حل ریاضی دقیق برای این مسأله، معماران ناگزیر بودند در اکثر موارد به راه‌حل‌های تقریبی مبتنی بر آزمون و خطا روی آورند تا کاربردی مناسب برای زمینه مورد نظر را بیابند و یا مجبور می‌شدند که ابعاد زمینه مورد نظر را دستکاری نمایند تا بتوانند کاربردی قابل قبولی را بر آن سوار کنند. پژوهش حاضر می‌کوشد تا از دیدگاه ریاضی به این مسأله بپردازد و راه‌حل دقیق آن را بیابد.

در این پژوهش، نخست مروری بر روش‌های سنتی طراحی کاربردی انجام می‌شود. بعد از ارزیابی این روش‌ها، مسأله تشخیص کاربردی مناسب برای زمینه مورد نظر به صورت یک مسأله ریاضی (مجرد از سایر مسائل اجرایی) تعریف می‌شود و به کمک دانش ریاضی امروزی حل می‌گردد. سپس، برنامه‌ای در زبان میپل^۱ نوشته می‌شود که هر بار محاسبات زمانبر و تکراری مورد نیاز را انجام دهد و به سهولت پاسخ یا پاسخ‌های قابل قبول در هر مورد را تولید نماید. در نتیجه، با استفاده از این برنامه مسأله تعیین کاربردی مناسب برای یک زمینه مورد نظر به روش علمی و قابل اتکایی حل می‌شود.

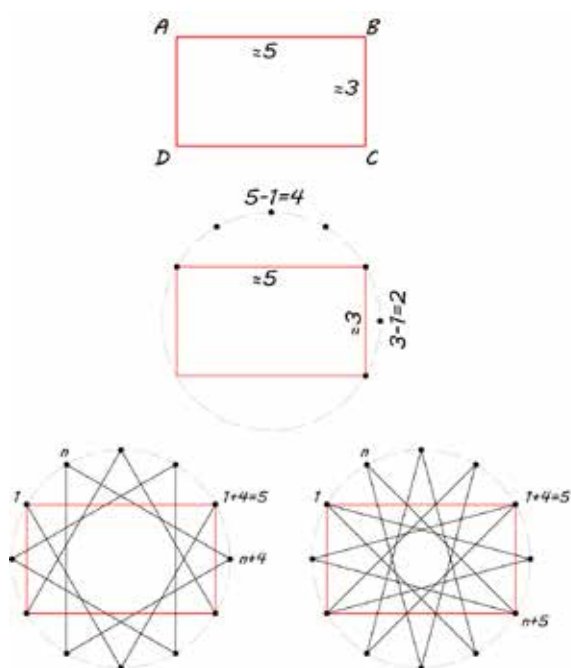
مروری بر روش‌های سنتی طراحی کاربردی در ادبیات علمی

در حال حاضر چهار کتاب عمده معاصر درباره کاربردی‌ها در معماری ایران موجود است. اهمیت ویژه این کتاب‌ها به این موضوع برمی‌گردد که این آثار یا توسط و یا بر مبنای آموزه‌های سه تن از چهره‌های شناخته شده معماری سنتی ایران نگاشته شده‌اند که دو تن از ایشان را می‌توان آخرین نسل از اساتید معماری سنتی ایران محسوب نمود: استاد شعرباف و استاد لرزاده. جایگاه استاد پیرنیا نیز به عنوان یکی از پیشگامان پژوهش در معماری سنتی ایران که دغدغه کشف و انتقال دانش معماران سنتی به نسل





مرکز مستطیل زمینه دایره‌ای ترسیم می‌شود که بر آن مستطیل محاط باشد و قطری برابر با قطر مستطیل داشته باشد. سپس، محیط دایره بر اساس تعداد اضلاع کاربردی به قطعات مساوی (یا تقریباً مساوی) قطعه‌بندی می‌شود؛ بدین ترتیب که اگر طول یکی از اضلاع مستطیل "n" باشد؛ مثلاً "n" متر، آنگاه کمان دایره که در مقابل همان ضلع قرار گرفته است به "n-1" قطعه برابر تقسیم می‌شود (همان، ۱۳) (تصویر ۲).



تصویر ۲. مثالی برای کاربرد روش استاد پیرنیا در طراحی کاربردی

شایان ذکر است که کار در این مرحله غالباً با مقداری از تقریب همراه است و ممکن است قطعاتی که روی کمان دایره محیطی شکل می‌گیرند؛ دقیقاً با هم برابر درنیابند. در نمونه‌های واقعی به کرات مشاهده می‌شود که قطعات مقابل ضلع بزرگتر و ضلع کوچکتر مستطیل زمینه هرچند برابر به نظر می‌رسند؛ اما اختلاف جزئی با هم دارند. نتیجه این اختلاف این است که شمسۀ کاربردی به جای آن که یک دایره دقیق هندسی باشد؛ به شکل بیضی تمایل پیدا می‌نماید.

بعد از تقسیم‌بندی دایره، نقاط انتخاب شده روی آن، بدین

جدید را داشته است؛ بر کسی پوشیده نیست. کتابی که بر مبنای آموزه‌های استاد پیرنیا شکل گرفته است؛ توسط بزرگمهری در سال ۱۳۶۰ و در قالب یکی از شماره‌های مجله اثر نگارش یافته است (نک: بزرگمهری ۱۳۸۵). دو کتاب بر مبنای آموزه‌های استاد شعرباف نگاشته شده‌اند که یکی از آنها را خود وی تألیف نموده (نک: شعرباف ۱۳۸۵) و دیگری را یکی از شاگردان او تألیف نموده است (نک: نادری ۱۳۷۹). کتابی که به شرح آموزه‌های استاد لرزاده اختصاص دارد؛ توسط دو تن از شاگردان وی تدوین شده است (نک: رئیس‌زاده و مفید ۱۳۸۹). در ادامه ادبیات مرتبط با روش‌های طراحی کاربردی بر مبنای منابع مورد اشاره مرور می‌شود.

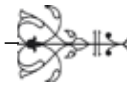
روش استاد پیرنیا

بر مبنای مطالب کتاب «هندسه در معماری» می‌توان روش استاد پیرنیا برای طراحی کاربردی بر یک زمینه مستطیلی را به شرح ذیل بیان نمود. شایان ذکر است که معماران ایرانی نوعی نقشه دوعبده، تقریباً مشابه پلان امروزی، را برای طراحی و بازنمایی کاربردی‌ها مورد استفاده قرار می‌دادند. به گفته استاد پیرنیا نخست، تعداد اضلاع کاربردی می‌بایست تعیین می‌شد. در این رابطه، او فرمولی را معرفی می‌نماید و اظهار می‌دارد که معماران سنتی از آن به عنوان یک قاعده کلی استفاده می‌نمودند. طبق این فرمول اگر طول مستطیل زمینه «الف» و عرض آن «ب» باشد؛ آن گاه تعداد اضلاع کاربردی بدین صورت محاسبه خواهد شد (بزرگمهری ۱۳۸۵، ۱۲):

$$(۲ - ب + الف) \times ۲$$

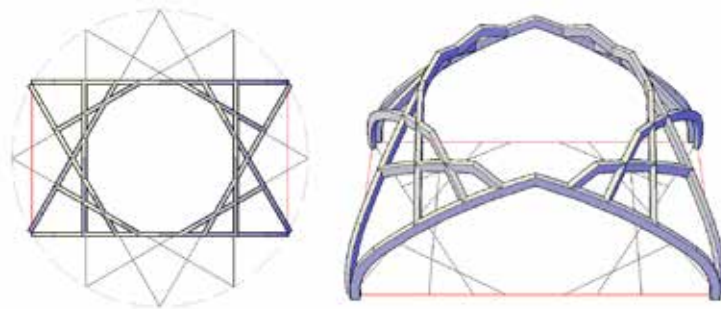
برای مثال، اگر طول زمینه سه متر و عرض آن دو متر باشد؛ آنگاه یک کاربردی شش ضلعی به دست می‌آید^۲ و برای یک زمینه چهار متر در پنج متر، یک کاربردی ۱۴ ضلعی مناسب خواهد بود. وی می‌افزاید که این فرمول کاملاً دقیق نیست و معماران ایرانی اغلب می‌بایست ابعاد زمینه را تا حدودی دستکاری می‌کردند تا آن را برای کاربردی متناسب سازند (همان، ۱۲). در بخش‌های بعدی مجدداً از این فرمول سخن گفته خواهد شد. در روش تشریح شده توسط استاد پیرنیا، بعد از تعیین تعداد اضلاع کاربردی، از



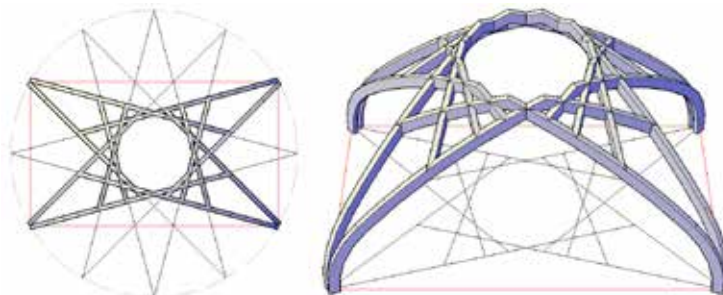


دایره محیطی باید به نقطه دیگری که با آن به اندازه چهار قطعه فاصله دارد؛ متصل گردد (تصویر ۲، پایین، سمت چپ). در صورتی که کاربردی اختری مورد نظر طراح باشد؛ باید نقاط روی دایره محیطی را با فاصله ای بزرگتر از فاصله مبنا به یکدیگر متصل نماید (همان، ۱۳) (تصویر ۲، پایین، سمت راست).

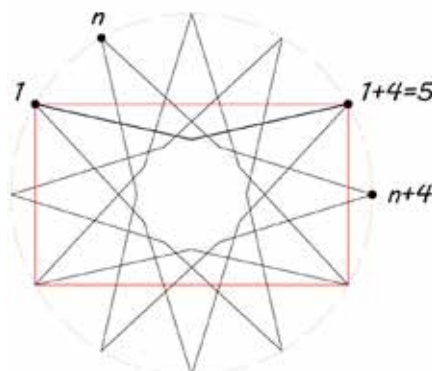
ترتیب به هم متصل می شوند؛ طراح باید به تعداد نقاط و قطعات مقابل ضلع بزرگتر مستطیل توجه نماید و این تعداد را به عنوان مبنا در نظر بگیرد. حال اگر یک کاربردی رسمی مورد نظر باشد؛ طراح باید هر نقطه روی دایره محیطی را به نقطه دیگری که با همان فاصله مبنا از آن قرار گرفته است؛ متصل نماید. برای مثال، اگر در مقابل ضلع بزرگتر مستطیل زمینه چهار قطعه قرار گرفته باشد؛ هر نقطه روی



تصویر ۳. پلان و دید سه بعدی کاربردی رسمی طراحی شده در قسمت پایین سمت چپ از تصویر ۲

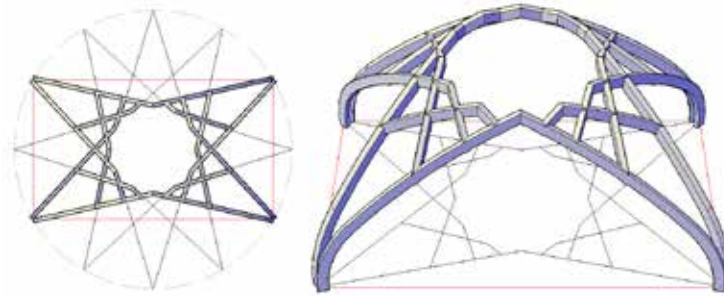


تصویر ۴. پلان و دید سه بعدی کاربردی اختری طراحی شده در قسمت پایین سمت راست از تصویر ۲

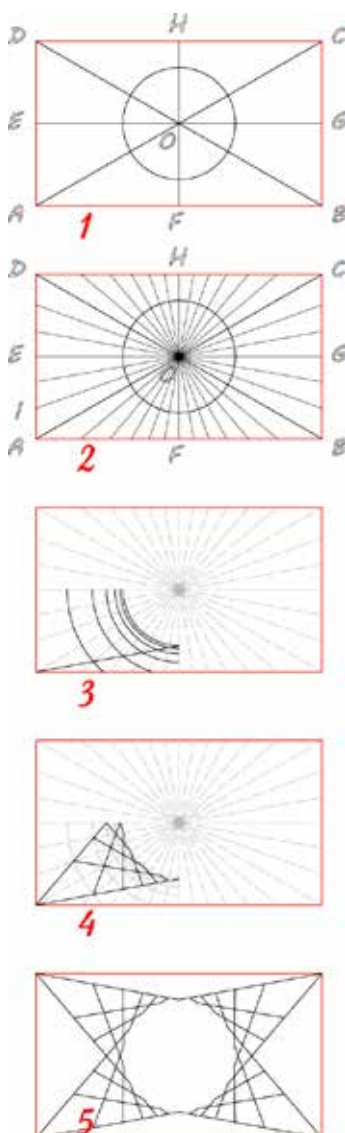


تصویر ۵. نمایش تویزه ها با خطوط شکسته در کاربردی قالب سرسفت





شکل ۶. پلان و دید سه‌بعدی کاربردی قالب سرسفت تصویر ۵



تصویر ۷. مراحل طراحی یک کاربردی یک پای قالب سرسفت بر اساس روش استاد شعراف

اگر کاربردی قالب سرسفت مورد نظر است؛ طراح باید نخست اندازه شمشه را تعیین نماید و آنگاه خطوط توزیه‌ها را به جای آن که با پاره‌خط‌های مستقیم نمایش دهد؛ با پاره‌خط‌های شکسته‌ای به شکل حرف V انگلیسی ترسیم نماید (تصویر ۵). پس از متصل کردن نقاط به‌وسیله پاره‌خط‌ها، خطوط اضافه‌ای که نشان‌دهنده توزیه‌ها نیستند؛ پاک می‌شوند و کاربردی تکمیل می‌شود (تصویر ۶).

در خصوص روش استاد پیرنیا، چند نکته و پرسش قابل طرح است. نخست، این که فرمول مورد استفاده در این روش چگونه شکل گرفته و چقدر می‌توان اطمینان داشت که واقعا دقیق‌ترین و مناسب‌ترین جواب‌ها را تولید می‌کند. آیا می‌توان فرمول دیگری را تصور نمود که جواب‌های بهتری ارائه نماید؟ نکته دیگر این است که این فرمول چنان تدوین شده که صرفا در مورد اعداد صحیح به کار گرفته شود و در صورتی که طول اضلاع مستطیل زمینه، اعداد اعشاری (غیر صحیح) باشد؛ کارایی فرمول با اشکال مواجه می‌شود. نکته بعدی این است که این فرمول فقط در مورد کاربردی‌های یک‌پا کار می‌کند. به عبارت دیگر، در مورد کاربردی‌هایی که در آنها چهار آلت پا باریک در چهار کنج مستطیل زمینه واقع می‌شوند؛ می‌توان از این فرمول استفاده نمود. در حالی که دسته مهم دیگری از کاربردی‌ها یعنی کاربردی‌های دوپا وجود دارند که در آنها پاباریک‌ها نه روی کنج‌های مستطیل زمینه، بلکه در طرفین هر کنج استقرار پیدا می‌کنند^۳. فرمول مورد اشاره استاد پیرنیا نحوه تشخیص تعداد اضلاع کاربردی‌های دوپا را بیان نمی‌کند.



روش استاد شعرباف

بر اساس توضیحات استاد شعرباف روش طراحی کاربردی (یک پا، قالب سر سفت) بر روی زمینه مستطیلی را می‌توان به شرح زیر بیان نمود (نک: شعرباف ۱۳۸۵، ۱۱۴-۱۱۵):

مستطیل ABCD زمینه مورد نظر است. قطرهای AC و BD و عمود منصف‌های EG و FH ترسیم می‌شوند. آنگاه اندازه شمسه با ترسیم دایره‌ای با مرکز نقطه O تعیین می‌شود که شعاع آن اختیاری و کوچکتر از OF می‌باشد. سپس، چالش اصلی هندسی در پیش‌روی طراح قرار می‌گیرد. زاویه AOE باید طوری تقسیم شود که اگر AOI یکی از قسمت‌های آن باشد؛ آنگاه زاویه AOF نیز مضرب صحیحی از AOI باشد (تصویر ۷، مرحله ۲). شعرباف بیان میدارد که در عمل این تقسیم‌بندی می‌تواند تاحدودی تقریبی باشد (همان، ۱۱۴)؛ بدین معنا که زاویه‌هایی که مبنای تقسیم AOE و AOF قرار می‌گیرند؛ می‌توانند اندکی با یکدیگر متفاوت باشند.

سپس، طراح مطابق مرحله سوم از تصویر ۷، از گوشه مستطیل زمینه، یک پاره‌خط به محل تلاقی دایره شمسه و یکی از عمودمنصف‌های اضلاع مستطیل وصل می‌نماید که نشان‌دهنده بیرونی‌ترین توپزه کاربردی باشد. همانند مرحله سوم از تصویر ۷، نقاط تلاقی این توپزه بیرونی با قطاع‌های تقسیم‌کننده AOF جهت ترسیم دایره‌هایی به مرکز O مورد استفاده قرار می‌گیرند. طبق مرحله چهارم از تصویر ۷، نقاط تقاطع قوس‌ها با شعاع‌های خارج شده از نقطه O، جهت ترسیم بقیه توپزه‌ها مورد استفاده قرار می‌گیرد. مطابق مرحله پنجم از تصویر ۷، با تکرار توپزه‌ها در چهار کنج مستطیل زمینه ترسیم کاربردی تکمیل می‌گردد. هر یک از قوس‌ها نماینده یک تراز ارتفاعی می‌باشد. ارتفاع نقاط از سطح زمینه به سمت شمسه به طور پیوسته افزایش می‌یابد.

مشکلی که در توضیحات استاد شعرباف وجود دارد این است که در این روش برای نحوه انجام مرحله دوم - که مهم‌ترین مرحله از لحاظ هندسی می‌باشد - توضیح روشنی ارائه نمی‌شود. علاوه بر این، مشابه روش استاد پیرنیا، در اینجا نیز مسأله تقسیم‌بندی هندسی زمینه برای طراحی

کاربندی‌های دوطا مورد بحث و بررسی قرار نمی‌گیرد و راه حلی برای آن ارائه نمی‌شود.

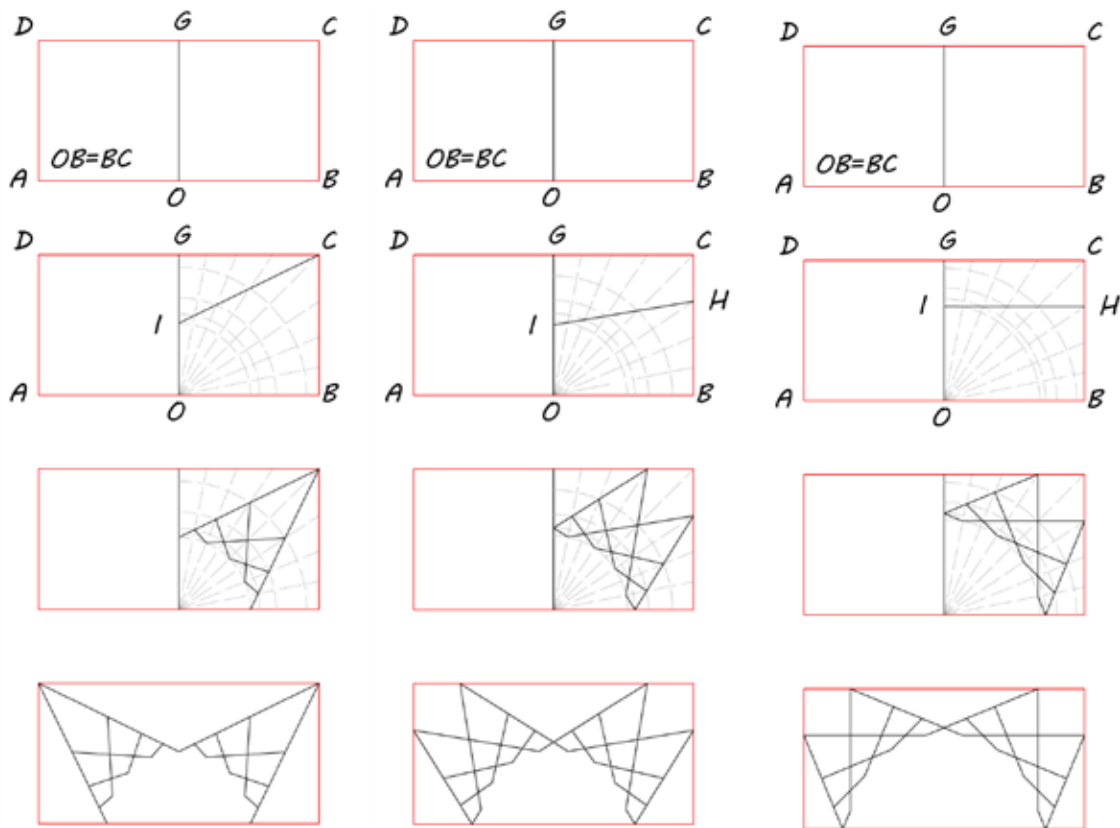
روش استاد لرزاده

در کتاب منتسب به استاد لرزاده توضیح داده نشده است که طراح چگونه باید روی یک زمینه مشخص کاربردی طراحی نماید. در این کتاب صرفاً تعدادی کاربردی برای زمینه‌های خاص معرفی می‌شود (نک: رئیس‌زاده و مفید ۱۳۸۹). با این حال، از بررسی این نمونه‌ها می‌توان منطق کار را تشخیص داد؛ بخصوص زمانی که کاربردی‌های نیم‌کار در این کتاب معرفی می‌شوند. رویکرد ایشان شباهت زیادی به رویکرد استاد شعرباف دارد. این روش فرضی را می‌توان به شرح زیر بیان نمود:

در مستطیل ABCD طراح باید عمودمنصف OG را رسم نماید. اگر شکل OBCG یک مربع باشد؛ آنگاه زاویه BOG باید به تعداد زوجی از قسمت‌های برابر تقسیم شود. در مثالی که در تصویر ۸ نمایش داده شده؛ این زاویه به هشت قسمت تقسیم شده است. از تقاطع سومین شعاع و CB عمودی استخراج می‌شود که OG را قطع نماید. پاره خط HI ترسیم می‌شود (تصویر ۸، مرحله ۲). از مرکز O دایره‌هایی ترسیم می‌شوند که از نقاط تقاطع HI و شعاعها عبور می‌نمایند (تصویر ۸، مرحله ۲). نقاط تقاطعی که به دست می‌آیند؛ به شکلی معنی‌دار به یکدیگر متصل می‌شوند به نحوی که آلت‌های نیم‌کار مورد نظر را شکل بدهند (تصویر ۸، مرحله ۳ و ۴).

نیمکاری که در تصویر ۸ نمایش داده شده است به اصطلاح استاد لرزاده یک نیم‌کار «مربع» است (همان، ۳۹-۴۰). این در حالی است که برای همان زمینه می‌توان دو نوع کاربردی دیگر هم طراحی نمود. در تصویر ۹ سمت راست، یک «نیم‌کار مربع با شمسه اختیاری» (همان، ۴۰) نمایش داده شده و در سمت چپ یک «نیم‌کار دوطا» (همان، ۴۳) ترسیم شده است. روش طراحی این نیم‌کارها همان است که در تصویر ۸ بیان گردید.





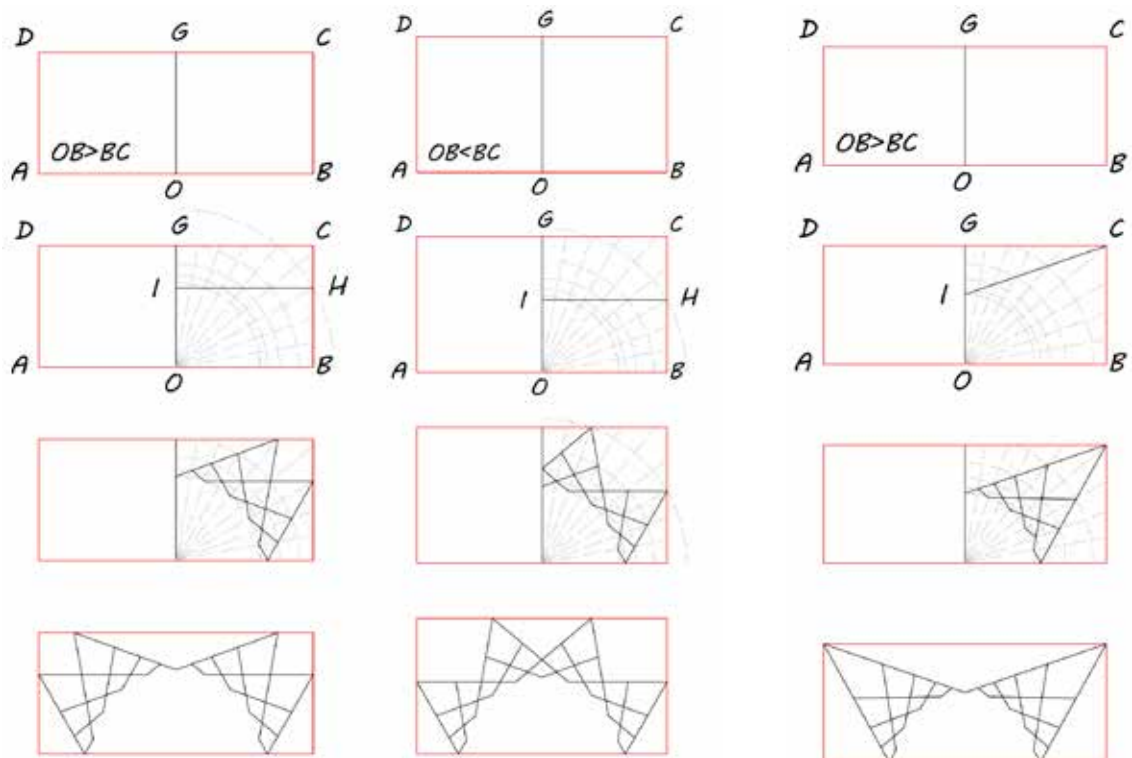
تصویر ۸. مراحل طراحی یک نیمکار مربع
رسم عمود بر اساس روش استاد لرزاده

تصویر ۹. سمت راست: مراحل طراحی یک نیمکار مربع با شمشه اختیاری.
سمت چپ: مراحل طراحی یک نیمکار دوبا (کذا) با شمشه اختیاری بر
اساس روش استاد لرزاده

می‌نمایند که از نقطه O به یک فاصله هستند. البته با این شرط که تعداد شعاع‌های بین این دو شعاع عدد فرد باشد (تصویر ۱۱). در این مورد نیز، استاد لرزاده توصیه یا روش روشنی را برای نحوه یافتن این تقسیم‌بندی‌ها ارائه نمی‌نماید.

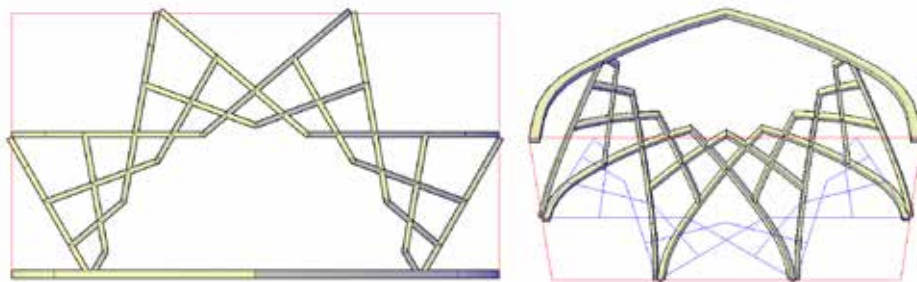
اگر چهارگوش $OBCG$ یک مربع نباشد؛ آنگاه زاویه BOG باید به تعداد فردی از قسمت‌های برابر تقسیم گردد. می‌توان تصور نمود که یافتن تعداد این قسمت‌ها کار دشواری بوده است که طراح سنتی می‌بایست از طریق آزمون و خطا آن را انجام دهد. دو پاسخ صحیح برای آن قابل تصور است. یک پاسخ صحیح زمانی به دست می‌آید که یکی از شعاع‌هایی که از نقطه O خارج می‌شود؛ دقیقاً بر قطر OC منطبق گردد یا این که با اختلافی اندک از نزدیکی آن عبور نماید (تصویر ۱۰). این مسأله، همان مسأله حیاتی طراحی کاربردی از منظر هندسی می‌باشد که در روش استاد شهرباف نیز به شکل اندک متفاوتی مطرح شده بود. پاسخ صحیح دیگر زمانی به دست می‌آید که دو شعاع که از نقطه O خارج می‌شوند؛ CB و CG را در نقاطی قطع





تصویر ۱۰. یک نیمکار دوپا به اصطلاح استاد لرزاده

تصویر ۱۱. سمت راست: یک نیمکار نُقل (عمیق)، سمت چپ: یک نیمکار تنک (کم عمق) به اصطلاح استاد لرزاده



تصویر ۱۲. پلان و نمای سه‌بعدی نیمکار نقل (عمیق) تصویر ۱۱

راه حل ریاضی برای مسأله

در این بخش مسأله تعیین تقسیم‌بندی مناسب زمینه برای طراحی کاربردی بر روی آن به صورت یک مسأله ریاضی طرح می‌شود و پاسخ علمی برای آن ارائه می‌گردد. از آنجا که دو نوع اصلی کاربردی می‌تواند برای پوشش یک زمینه استفاده شود؛ شامل کاربردی‌های یک‌پا و کاربردی‌های

دوپا، مسأله مورد نظر نیز برای این دو حالت طرح می‌شود. در ادامه، نخست به طرح و حل مسأله برای حالت دوپا پرداخته می‌شود و سپس برای حالت یک‌پا این کار انجام می‌گردد.

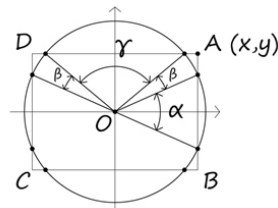
راه‌حل برای حالت دوپا

برای یک کاربردی دوپا مسأله مورد نظر به این صورت





چند است؟ اگر این مسأله برای یک مستطیل پاسخی ندارد؛ چگونه می‌توان مستطیلی با اندازه‌های اندکی متفاوت را یافت که شرایط فوق را تأمین نمایند؟



تصویر ۱۴. مسأله مورد نظر که برای زاویه‌ها صورت‌بندی شده است.

حال اگر در نظر گرفته شود که $\alpha=mt$, $\beta=kt$, $\gamma=nt$ که در آن m , k و n اعداد طبیعی هستند؛ آنگاه نتیجه می‌شود:

$$\alpha + \beta + \gamma + \beta = \pi$$

$$mt + 2kt + nt = \pi$$

$$t = \pi / (m + 2k + n)$$

بنابراین، مقدار t تعیین خواهد شد. همچنین بنا بر معادله‌های ۱ و ۲ خواهیم داشت:

معادله ۳:

$$R = x / \cos(\alpha/2) = x / \cos(m/2 t) = a / (2 \cos(m/2 t))$$

معادله ۴:

$$R = y / \cos(\gamma/2) = y / \cos(n/2 t) = b / (2 \cos(n/2 t))$$

در نظر گرفته می‌شود که R شعاع، باید در دو معادله صدق نماید. مساوی بودن این دو مقدار بدین معناست که دایره مناسب پیدا شده است و اگر این دو مقدار برابر نباشند؛ بدین معنا خواهد بود که تقسیم‌بندی مطلوب، غیرممکن است. توجه گردد که اگر این دایره پیدا شود؛ زاویه‌های α و γ ساخته می‌شوند و آنگاه زاویه β به طور خودکار ایجاد می‌گردد. بحث تعیین مقدار قابل قبولی از عدم دقت یا رواداری بعداً مورد اشاره قرار خواهد گرفت.

راه حل برای حالت یک پا

برای کاربردی یک پا مسأله به شکل زیر طرح می‌شود:

قابل صورت‌بندی می‌باشد:

مسأله ۱. مستطیل ABCD داده شده است (تصویر ۱۳). دایره‌ای را از مرکز مستطیل چنان ترسیم نمایید که هر ضلع مستطیل را در دو نقطه قطع نماید با این شرط که طول کمان‌هایی که روی دایره ایجاد می‌شوند؛ مضرب صحیحی از یک عدد حقیقی واحد باشد. شعاع این دایره



تصویر ۱۳. مسأله مورد نظر برای یک کاربردی دویا
 $K = a \times t$, $M = b \times t$, $N = c \times t$, ($a, b, c \in \mathbb{N}$, $t \in \mathbb{R}$)

پاسخ: می‌توان برای پاسخگویی به مسأله به جای رجوع به طول کمان‌های دایره به زوایای داخلی آن مراجعه؛ و مسأله را بدین شکل طرح نمود: طول شعاع دایره را تعیین نمائید؛ به نحوی که اگر شعاع‌هایی از مرکز دایره به نقاط تقاطع آن با مستطیل ترسیم شوند؛ زاویه‌های ایجاد شده (نک: تصویر ۱۴) مضرب صحیحی از یک عدد حقیقی واحد باشند.

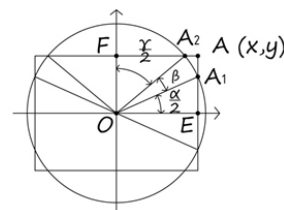
اگر a و b طول و عرض مستطیل باشند و مختصات رأس $A(x, y)$ باشد؛ آنگاه $a=2x$ و $b=2y$. از مرکز O دو خط ترسیم می‌شود؛ به نحوی که به طور عمودی اضلاع AB و AD را در نقاط E و F قطع نمایند (تصویر ۱۵). با در نظر گرفتن تقارن‌ها در یک مستطیل و تعریف کوسینوس زاویه قائمه، خواهیم داشت:

در مثلث قائم‌الزاویه EOA_1

$$\text{معادله ۱: } \cos(\alpha/2) = OE/OA_1 = x/R$$

در مثلث قائم‌الزاویه FOA_2

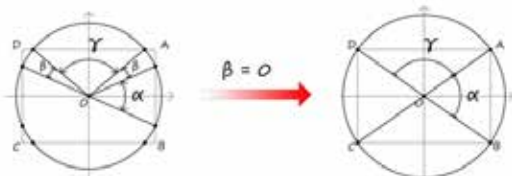
$$\text{معادله ۲: } \cos(\gamma/2) = OF/OA_2 = y/R$$



تصویر ۱۵. نقاط E و F



اعداد صحیح به دست آمده را برای تقسیم‌بندی قطاع‌ها و ترسیم کاربندی بر روی زمینه ABCD بر اساس روش استاد پیرنیا استفاده نمود. اگر پاسخ منفی باشد؛ چگونه می‌توان مستطیل‌هایی را پیدا کرد که اندازه‌هایشان به مستطیل ABCD نزدیک باشد؛ و این شرط را هم تأمین نمایند؟



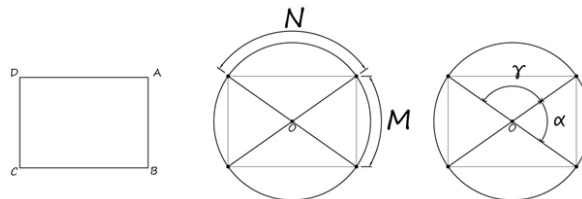
تصویر ۱۷. رابطه مسئله برای حالت کاربندی یک پا و دو پا

تفاوت دارند؛ نیز به عنوان پاسخ‌های تقریبی قبول نمود. در این شرایط طراح می‌تواند تناسبات مستطیل زمینه را اندکی تغییر دهد و تقسیم‌بندی به دست آمده از برنامه را بر آن اعمال نماید. در این برنامه این مقدار اندک به عنوان «رواداری» تعریف شده است و پیش از اجرای برنامه از استفاده‌کننده خواسته می‌شود که مقدار رواداری قابل قبول را تعیین نماید. بدیهی است که هر چقدر مقدار متغیر رواداری کمتر تعیین شده باشد؛ پاسخ‌هایی که در خروجی برنامه درج می‌شوند؛ دقیق‌تر خواهند بود. در این برنامه مقدار رواداری بر اساس نسبت طول به عرض مستطیل زمینه تعریف و محاسبه می‌شود.

۵. خروجی برنامه به ترتیب براساس کمترین مقدار رواداری تا بزرگ‌ترین رواداری قابل قبول مرتب می‌شود. به بیان دیگر، نخستین خروجی، به مستطیلی تعلق دارد که بیشترین نزدیکی و بیشترین شباهت را از لحاظ نسبت اضلاع به مستطیل اولیه دارد. زمانی که برنامه اجرا می‌شود؛ اطلاعات زیر را به ترتیب از استفاده‌کننده درخواست می‌کند:

۱. برنامه از استفاده‌کننده می‌خواهد که تعیین کند آیا یک کاربندی یک‌پا را مد نظر دارد یا کاربندی دوپا. استفاده‌کننده می‌تواند عدد ۱ را برای تعیین کاربندی یک‌پا و عدد ۲ را برای کاربندی دوپا وارد نماید.
۲. طول مستطیل زمینه پرسیده می‌شود.

مسئله ۲. مستطیل ABCD داده شده است (تصویر ۱۶). از مرکز مستطیل (محل تقاطع اقطار آن) دایره‌ای ترسیم می‌شود که از چهار کنج آن بگذرد. آیا طول کمانهای دایره مضرب صحیحی از یک عدد حقیقی واحد است؟ اگر پاسخ مثبت باشد؛ مسئله حل شده است و آنگاه می‌توان



تصویر ۱۶. مسئله برای کاربندی یک پا

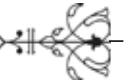
این مسئله می‌تواند صرفاً وضعیت خاصی از مسئله ۱ در نظر گرفته شود که در آن زاویه β برابر با صفر است؛ و بالتبع تعداد نقاط تقاطع دایره و مستطیل به جای هشت، چهار نقطه است (تصویر ۱۷). از این رو، ضرورتی ندارد که راه حل مجدداً توضیح داده شود.

برنامه به زبان میپل

به منظور حل مسئله ۱ و ۲ برنامه‌ای به زبان میپل نوشته شده که در پیوست ارائه شده است. برنامه مورد نظر این ویژگی‌ها را دارد:

۱. برای هر یک از کمان‌ها تقسیم‌بندی از یک تا ده قطعه، مورد بررسی قرار داده می‌شود و بدین معناست که ۱۰۰۰ وضعیت مورد بررسی قرار می‌گیرد و در بین آنها فقط وضعیت‌هایی که پاسخ تولید می‌کنند؛ به عنوان خروجی درج می‌شوند. اگر استفاده‌کننده قصد داشته باشد که این اعداد را تغییر دهد؛ می‌تواند مقادیر m, n و k را در خط ۱۷، ۱۸، ۱۹، ۲۰، ۲۱ و ۲۲ برنامه^۵ به مقادیر دلخواه خود تغییر دهد.
۲. پاسخهای تکراری در خروجی درج نمی‌شوند.
۳. شعاع دایره‌ای که تقسیم‌بندی مورد نظر به m, n و k را ایجاد می‌نماید؛ به عنوان پاسخ در نظر گرفته می‌شود.
۴. پیش از این اشاره گردید که اگر R در معادله‌های ۳ و ۴ برابر باشد؛ آنگاه پاسخ به دست آمده است. اما با توجه به ویژگی‌های اجرایی معماری، می‌توان وضعیت‌هایی را که در آنها شعاع‌های به دست آمده؛ از دو معادله اندکی با هم





خروجی برنامه درج می‌شوند. به عنوان یک نمونه، اگر مستطیلی با ابعاد ۴,۵ و ۵,۵ متر باشد و رواداری تا ۰,۰۳ قابل قبول در نظر گرفته شود؛ این کاربردی‌ها توسط برنامه معرفی می‌شوند:
الف) برای کاربردی یک پا خروجی برنامه بدین ترتیب است:

"NOTE: One-footed karbandi is chosen"

"The length is ", 5.5, "and width is ", 4.5, "The ratio of width to length is ", 0.818181818182, " and tolerance is ", 0.03

1, "Possible division", 7, 9, "take a circle with radius ", 3.557519809, "Exact ratio is ",

0.8206787907, "in this case tolerance is ", 0.0024969725

2, "Possible division", 3, 4, "take a circle with radius ", 3.517382021, "Exact ratio is ",

0.7974733888, "in this case tolerance is ", 0.0207084294

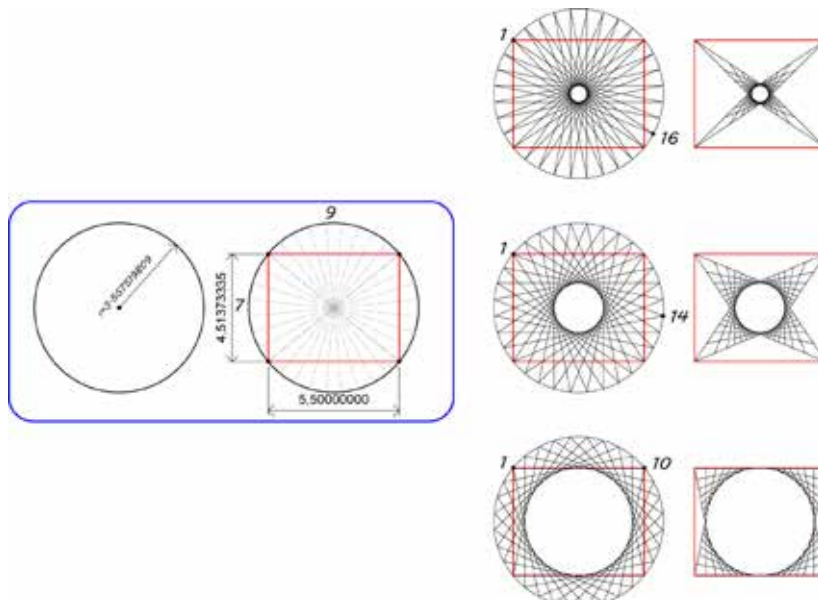
3, "Possible division", 4, 5, "take a circle with radius ", 3.589870046, "Exact ratio is ",

0.8390996312, "in this case tolerance is ", 0.0209178130

۳. عرض مستطیل زمینه پرسیده می‌شود.
۴. رواداری قابل قبول پرسیده می‌شود که بر اساس نسبت طول به عرض مستطیل تعریف می‌شود.
پس از ورود این اطلاعات، محاسبات انجام می‌شوند و پاسخ‌هایی که در محدوده رواداری قابل قبول قرار دارند؛ به ترتیب از پردقت‌ترین پاسخ‌ها تا کم‌دقت‌ترین آنها در

مرحله، ملاحظات اجرایی، سازه‌ای و زیباشناختی مختلفی می‌تواند بر تصمیم طراح مؤثر واقع شود. این ملاحظات حتی ممکن است طراح را وادار نماید که پاسخی کم‌دقت‌تر ولی در مجموع مناسب‌تر را از بین گزینه‌های ارائه شده توسط نرم‌افزار، انتخاب نماید. به هر حال، در این پژوهش صرفاً مرحله اول از این فرایند مورد توجه می‌باشد و ارزیابی‌های بین گزینه‌های ارائه شده از حیطة پژوهش حاضر خارج است.

دقیق‌ترین پاسخ، اولین پاسخی است که درج شده و یک کاربردی ۳۲ را ایجاد می‌نماید. آن چنان که در تصویر ۱۸ نمایش داده شده است؛ مهم‌ترین مرحله در طراحی کاربردی از منظر هندسی تقسیم زمینه به قسمت‌های مناسب می‌باشد. پس از انجام این کار، طراح ممکن است چندین گزینه در پیش روی خود داشته باشد که از بین آنها مناسب‌ترین را انتخاب نماید. در قسمت راست تصویر ۱۸، سه طراحی امکان‌پذیر نمایش داده شده است. در این



تصویر ۱۸. سمت چپ: نخستین پاسخ پیشنهادی نرم‌افزار برای طراحی کاربردی یک پا بر زمینه مورد نظر. سمت راست: سه نمونه از کاربردی‌هایی که می‌توان بر مبنای این تقسیم‌بندی طراحی نمود.



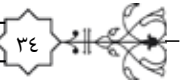


ریاضی را نشان می دهد. تصویر ۱۹ این کاربندی ۴۲ ضلعی را نمایش می دهد.

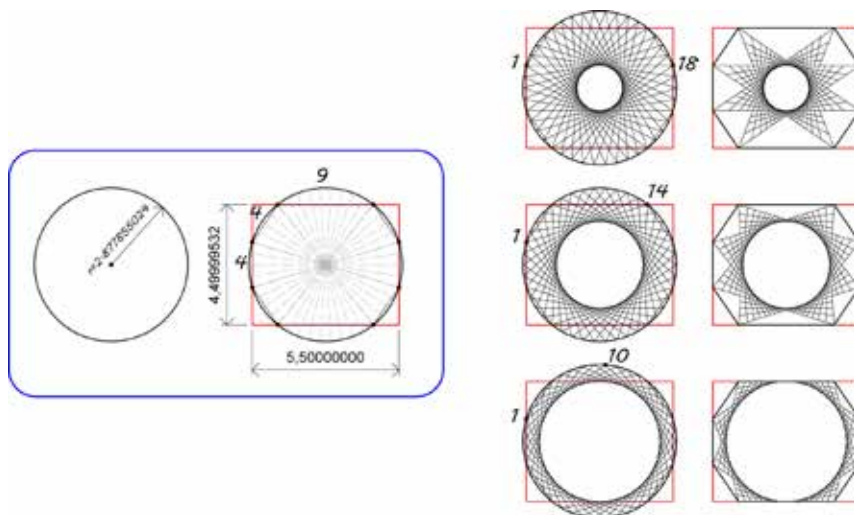
ب) برای کاربندی های دوپا، نتایج به دست آمده توسط برنامه در جدول ۱ به نمایش درآمده است. مجدداً اشاره می شود که نخستین ردیف جدول دقیق ترین پاسخ از منظر

No.	n-sided Karbandi	Possible division	Radius	Ratio	Tolerance
۱	۴۲	۹, ۴, ۴	۲,۸۷۷۸۵۵۰۲۴	۰,۸۱۸۱۸۰۹۶۷۱	۷-۱۰,۸,۵۱۱
۲	۴۰	۸, ۵, ۲	۲,۷۸۴۲۷۹۰۹۶	۰,۸۱۹۱۰۱۴۹۲۹	۰,۰۰۰۹۱۹۶۷۴۷
۳	۴۴	۹, ۵, ۳	۲,۸۱۴۳۱۵۹۴۰	۰,۸۱۹۲۶۳۹۹۰۶	۰,۰۰۱۰۸۲۱۷۲۴
۴	۲۴	۶, ۱, ۴	۳,۱۷۵۴۲۶۴۸۱	۰,۸۱۶۴۹۶۵۸۰۹	۰,۰۰۱۶۸۵۲۳۷۳
۵	۳۶	۸, ۳, ۴	۲,۹۲۶۴۸۸۱۷۴	۰,۸۱۵۲۰۷۴۶۹۱	۰,۰۰۲۹۷۴۳۴۹۱
۶	۴۸	۱۰, ۵, ۴	۲,۸۴۷۰۰۹۴۹۶	۰,۸۲۱۳۳۹۸۱۵۹	۰,۰۰۳۱۵۷۹۹۷۷
۷	۳۶	۷, ۵, ۱	۲,۷۶۰۵۰۴۵۵۳	۰,۸۲۲۲۸۱۰۷۲۰	۰,۰۰۴۰۹۹۲۵۳۸
۸	۳۸	۸, ۴, ۳	۲,۸۳۶۸۰۵۴۹۴	۰,۸۱۴۰۵۰۲۲۹۹	۰,۰۰۴۱۳۱۵۸۸۳
۹	۳۰	۷, ۲, ۴	۳,۰۱۰۲۴۹۷۶۶	۰,۸۱۳۴۷۳۲۸۶۰	۰,۰۰۴۷۰۸۵۳۲۲
۱۰	۴۰	۹, ۳, ۵	۲,۹۷۶۵۷۸۵۵۱	۰,۸۲۳۰۵۷۴۸۶۲	۰,۰۰۴۸۷۵۶۶۸۰
۱۱	۴۶	۱۰, ۴, ۵	۲,۹۱۸۵۱۲۲۰۴	۰,۸۲۳۲۴۴۶۷۹۲	۰,۰۰۵۰۶۲۸۶۱۰
۱۲	۵۰	۱۰, ۶, ۳	۲,۷۹۹۵۸۸۴۰۸	۰,۸۲۳۶۰۵۳۰۸۶	۰,۰۰۵۴۲۳۴۹۰۴
۱۳	۳۴	۷, ۴, ۲	۲,۷۹۷۶۳۵۰۵۳	۰,۸۱۱۸۴۰۳۵۱۹	۰,۰۰۶۳۴۱۴۶۶۳
۱۴	۴۶	۹, ۶, ۲	۲,۷۷۵۸۵۴۴۵۸	۰,۸۲۴۶۵۰۷۳۴۳	۰,۰۰۶۴۶۸۹۱۶۱
۱۵	۳۴	۸, ۲, ۵	۳,۰۷۲۰۶۵۲۰۵	۰,۸۲۵۵۵۷۶۶۵۶	۰,۰۰۷۳۷۵۸۴۷۴
۱۶	۵۰	۱۰, ۷, ۱	۲,۷۵۵۴۳۷۲۲۶	۰,۸۱۰۶۱۶۵۶۰۸	۰,۰۰۷۵۶۵۲۵۷۴
۱۷	۳۸	۱۰, ۱, ۷	۳,۲۸۴۸۹۰۲۴۸	۰,۸۰۹۰۱۶۵۹۲۵	۰,۰۰۹۱۶۵۲۲۵۷
۱۸	۴۲	۸, ۶, ۱	۲,۷۵۷۷۱۱۱۱۹	۰,۸۲۸۵۵۵۵۸۳۷	۰,۰۱۰۳۷۳۷۶۵۵
۱۹	۳۲	۷, ۳, ۳	۲,۸۷۳۷۴۲۳۸۲	۰,۸۰۷۷۹۳۷۸۲۳	۰,۰۱۰۳۸۸۰۳۵۹
۲۰	۵۲	۱۰, ۷, ۲	۲,۷۷۰۱۹۷۸۶۱	۰,۸۲۹۰۲۸۴۱۶۴	۰,۰۱۰۸۴۶۵۹۸۲
۲۱	۴۴	۱۰, ۳, ۶	۳,۰۲۳۲۰۰۶۰۷	۰,۸۳۰۸۳۰۰۲۵۹	۰,۰۱۲۶۴۸۲۰۷۷
۲۲	۴۸	۹, ۷, ۱	۲,۷۵۵۹۰۰۵۹۵	۰,۸۳۳۲۵۳۶۷۲۴	۰,۰۱۵۰۷۱۸۵۴۲
۲۳	۴۴	۹, ۶, ۱	۲,۷۵۷۰۲۴۵۸۲	۰,۸۰۲۵۸۶۱۳۸۳	۰,۰۱۵۵۹۵۶۷۹۹
۲۴	۲۸	۶, ۳, ۲	۲,۸۲۰۷۲۱۳۷۴	۰,۸۰۱۹۳۷۷۳۵۷	۰,۰۱۶۲۴۴۰۸۲۵





۲۵	۲۸	۷, ۱, ۵	۳,۲۴۷۸۱۰۸۰۱	۰,۸۳۵۱۰۸۷۴۲۳	۰,۰۱۶۹۲۶۹۲۴۱
۲۶	۲۶	۶, ۲, ۳	۲,۹۴۱۱۲۵۳۷۸	۰,۸۰۰۵۳۳۳۴۷۹	۰,۰۱۷۶۴۹۴۷۰۳
۲۷	۲۴	۵, ۳, ۱	۲,۷۷۳۷۲۹۶۴۲	۰,۸۰۰۱۹۹۱۵۵۰	۰,۰۱۷۹۸۲۶۶۳۲
۲۸	۳۸	۹, ۲, ۶	۳,۱۲۶۸۶۹۸۹۹	۰,۸۳۶۵۵۰۱۶۳۸	۰,۰۱۸۳۶۸۳۴۵۶
۲۹	۵۴	۱۰, ۸, ۱	۲,۷۵۴۶۶۰۴۵۰	۰,۸۳۶۹۰۳۷۲۰۰	۰,۰۱۸۷۲۱۹۰۱۸
۳۰	۲۰	۵, ۱, ۳	۳,۰۸۶۳۹۷۱۵۳	۰,۷۹۳۶۰۴۴۹۳۳	۰,۰۲۴۵۷۷۳۲۴۹
۳۱	۳۴	۹, ۱, ۶	۳,۲۳۴۴۶۷۸۶۱	۰,۷۹۲۳۸۰۶۹۳۴	۰,۰۲۵۸۰۱۱۲۴۸
۳۲	۴۶	۱۰, ۵, ۳	۲,۸۰۸۷۴۷۵۱۷	۰,۷۹۲۲۸۲۶۰۴۰	۰,۰۲۵۸۹۹۲۱۴۲
۳۳	۳۸	۸, ۵, ۱	۲,۷۵۹۴۲۴۸۳۵	۰,۷۹۱۸۴۵۰۶۱۷	۰,۰۲۶۳۳۶۷۵۶۵
۳۴	۴۲	۹, ۵, ۲	۲,۷۸۱۰۶۲۱۶۷	۰,۷۹۰۶۶۲۵۲۹۶	۰,۰۲۷۵۱۹۲۸۸۶
۳۵	۴۲	۱۰, ۲, ۷	۳,۱۷۵۴۲۶۴۸۱	۰,۸۴۶۴۵۵۳۹۱۰	۰,۰۲۸۲۷۳۵۷۲۸
۳۶	۴۲	۸, ۵, ۳	۲,۸۲۰۷۲۱۳۷۴	۰,۸۴۷۴۸۷۰۴۳۸	۰,۰۲۹۳۰۵۲۲۵۶
۳۷	۲۶	۵, ۳, ۲	۲,۸۳۲۳۰۱۵۳۵	۰,۸۴۷۶۱۳۹۸۷۸	۰,۰۲۹۴۳۲۱۶۹۶
۳۸	۱۶	۳, ۲, ۱	۲,۸۰۳۸۷۵۶۸۵	۰,۸۴۷۷۵۹۰۶۴۹	۰,۰۲۹۵۷۷۲۴۶۷
۳۹	۱۶	۳, ۲, ۱	۲,۸۰۳۸۷۵۶۸۵	۰,۸۴۷۷۵۹۰۶۵۰	۰,۰۲۹۵۷۷۲۴۶۸
۴۰	۳۶	۷, ۴, ۳	۲,۸۴۷۰۰۹۴۹۶	۰,۸۴۸۰۴۸۵۹۹۶	۰,۰۲۹۸۶۶۷۸۱۴



تصویر ۱۹. سمت چپ: نخستین پاسخ پیشنهاد شده توسط برنامه برای کاربردی دویا بر زمینه مورد نظر. سمت راست: سه نمونه از کاربردی‌هایی که می‌توان بر مبنای این تقسیم‌بندی طراحی نمود.





فرمول تجربی ساده استاد پیرنیا در پنج مورد از نه مورد، همان دقیق ترین پاسخی را که نرم افزار محاسبه کرده است؛ تولید می نماید. در خصوص موردهایی هم که پاسخ تولید شده توسط فرمول تجربی، دقیق ترین پاسخ پیشنهادی توسط نرم افزار نیست؛ می توان این تفاوت را انعکاس دهنده دغدغه های اجرایی، سازه ای و یازیباشناختی معماران سنتی دانست. برای مثال، برای زمینه ای با ابعاد سه متر در چهار متر، تقریباً غیرممکن بود که کاربرندی ۳۴ یا حتی ۳۴ ضلعی ساخته شود که این امر به محدودیت های اجرایی برمی گشت. بنابراین، در این مورد معماران سنتی یک کاربرندی ده ضلعی را با وجود رواداری در حد دو درصد ترجیح می دادند. بدین ترتیب می توان گفت؛ فرمول تجربی مورد استفاده معماران ایرانی، با وجود محدودیت هایی که دارد؛ یک فرمول کارآمد بوده که می توانسته به خوبی به عنوان یک ابزار راهنمای مفید اولیه مورد استفاده این معماران قرار بگیرد.

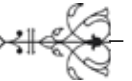
آزمونی برای فرمول استاد پیرنیا

با توجه به این که برنامه تدوین شده در این پژوهش ابزار علمی دقیقی برای یافتن پاسخ مسأله تقسیم بندی زمینه کاربرندی ها را در اختیار مخاطب می گذارد؛ خالی از لطف نیست که به کمک این ابزار، فرمول تجربی مورد اشاره استاد پیرنیا به آزمون گذاشته؛ و دقت آن سنجیده شود. بنا به گفته استاد پیرنیا معماران سنتی ایران از این فرمول ساده به عنوان مبنایی جهت یافتن پاسخ مسأله مورد اشاره استفاده می نمودند (بزرگمهری ۱۳۸۵، ۱۲). جدول ۲ پاسخ های تولید شده توسط فرمول استاد پیرنیا و پاسخ های تولید شده توسط برنامه را نشان می دهد. ستون های اول و دوم جدول از کتاب بزرگمهری (همان، ۱۲) استخراج شده اند. ستون های بعدی اطلاعاتی را که توسط نرم افزار تولید شده اند؛ به ترتیب از دقیق ترین پاسخ ها به کم دقت ترین آنها برای هر مورد به نمایش درمی آورند. جالب است که مشاهده می شود

جدول ۲. پاسخ های تولید شده توسط فرمول تجربی و برنامه به زبان میپل

ابعاد زمینه	جواب فرمول استاد پیرنیا	جواب راه حل ریاضی امروزی					
		کاربندی های قابل استفاده	رواداری	تقسیم بندی دایره	شعاع دایره محیطی		
۲×۳	۶	۱۶	۰٫۰۱۵۱۱۹۷۱۰	۳٫۵	۱٫۸۰۴۰۳۴۶۶۱		
		۲۶	۰٫۰۲۳۵۸۳۴۹۵۱	۵⊗۸	۱٫۸۲۴۶۳۵۹۷۴		
		۲۲	۰٫۰۲۴۰۰۵۶۸۹۷	۴⊗۷	۱٫۷۸۳۰۵۳۴۳۴		
		۲۸	۰٫۰۳۸۳۲۵۰۲۱۵	۵⊗۹	۱٫۷۷۱۵۳۳۱۶۴		
		۱۰	۰٫۰۵۹۸۷۵۸۶۱۱	۲⊗۳	۱٫۸۵۴۱۰۱۹۶۶		
		۱۰	۰٫۰۵۹۸۷۵۸۶۱۲	۲⊗۳	۱٫۸۵۴۱۰۱۹۶۶		
		۳۴	۰٫۰۸۸۴۹۸۲۷۹۲	۷⊗۱۰	۱٫۸۷۹۶۵۸۶۷۰		
		6	۰٫۰۸۹۳۱۶۳۹۷۳	۱⊗۲	۱٫۷۳۲۰۵۰۸۰۸		
		۲×۴	۸	۲۰	۰٫۰۹۵۲۵۴۴۹۴	۳⊗۷	۲٫۲۴۴۶۵۲۴۷۵
				۱۴	۰٫۰۱۸۴۲۵۳۸۱۴	۲⊗۵	۲٫۲۱۹۸۳۲۵۲۸
۲۶	۰٫۰۲۴۸۴۰۴۸۷۲			۴⊗۹	۲٫۲۵۸۷۲۳۱۲۴		
۲۲	۰٫۰۴۳۳۱۵۳۰۲۳			۳⊗۸	۲٫۱۹۸۶۹۱۳۵۰		
۶	۰٫۰۷۷۲۵۰۲۶۸۹			۱⊗۲	۲٫۳۰۹۴۰۱۰۷۷		
۶	۰٫۰۷۷۲۵۰۲۶۹۰			۱⊗۲	۲٫۳۰۹۴۰۱۰۷۷		
۶	۰٫۰۷۷۲۵۰۲۶۹۲			۱⊗۲	۲٫۳۰۹۴۰۱۰۷۷		
۶	۰٫۰۷۷۲۵۰۲۶۹۴			۱⊗۲	۲٫۳۰۹۴۰۱۰۷۷		
8	۰٫۰۸۵۷۸۶۳۷۶			۱⊗۳	۲٫۱۶۴۷۸۴۴۰۰		
۳×۴	۱۰			۳۴	۰٫۰۵۱۶۴۹۴۵۹	۷⊗۱۰	۲٫۵۰۶۲۱۱۵۶۰
		۲۴	۰٫۰۱۷۳۲۶۹۸۸۰	۵⊗۷	۲٫۵۲۰۹۴۴۸۲۸		
		10	۰٫۰۲۳۴۵۷۴۷۲۱	۲⊗۳	۲٫۴۷۲۱۳۵۹۵۵		
۳×۵	۱۲	6, 12	۰٫۰۲۲۶۴۹۷۳۰۶	۱⊗۲	۲٫۸۸۶۷۵۱۳۴۶		
۴×۵	۱۴	14	۰٫۰۲۵۲۶۶۱۱۲	۳⊗۴	۳٫۱۹۷۶۲۰۰۲۰		





۴×۶	۱۶	● 16	۰,۰۰۱۵۱۱۹۷۱۰	۳۵۵	۳,۶۰۸۰۶۹۳۲۲
۵×۶	۱۸	● 18	۰,۰۰۵۷۶۶۲۹۷۹	۴۵۵	۳,۹۱۶۲۲۱۸۶۸
۵×۷	۲۰	● 10, 20	۰,۰۰۱۲۲۵۶۸۱۳۵	۲۵۳	۴,۳۲۶۲۳۷۹۲۲
۶×۸	۲۴	● ۳۴ ● 24	۰,۰۰۵۱۶۴۹۴۵۹ ۰,۰۰۱۷۳۲۶۹۸۸۰	۷۵۱۰ ۵۵۷	۲,۵۰۶۲۱۱۵۶۰ ۲,۵۲۰۹۴۴۸۲۸

مورد بررسی قرار می‌گیرد؛ مطرح بوده است. همچنین، میزان دقتی که به طور متعارف در طراحی کاربردی‌ها در معماری سنتی وجود داشت؛ در حدی بود که پاسخ‌های تقریبی برای مسأله مورد بررسی را هم به راحتی می‌پذیرفت؛ به نحوی که انحراف جزئی شکل شمسه از دایره به سمت بیضی و ناهمسان شدن آلت‌های کاربردی در حد جزئی به چشم نمی‌آمد و نقصی برای کار محسوب نمی‌شد. نگارندگان هرچند این تفاوت‌های ساختاری را می‌پذیرند؛ اما همچنان معتقدند که به منظور شناسایی و به‌روزرسانی مفهوم کاربردی در معماری ایران، صورت‌بندی مسأله طراحی کاربردی به عنوان یک مسأله ریاضی موضوع جذاب و مفیدی برای بررسی می‌باشد.

در پژوهش حاضر، این مسأله مورد بررسی قرار گرفت و به منظور حل آن، برنامه‌ای به زبان میپل تدوین گردید. با استفاده از این برنامه، طراح می‌تواند به آسانی و با دقت بالا کاربردی‌های یک‌پا و دوپای قابل استفاده بر روی هر زمینه مورد نظر را بیابد. البته در مرحله بعد، باید از بین کاربردی‌های پیشنهادی یکی را برگزیند که نحوه انجام این کار و معیارهای قابل استفاده در آن، خارج از حیطه پژوهش حاضر می‌باشد. در پایان پژوهش، مقایسه‌ای بین پاسخ‌های تولید شده توسط نرم‌افزار و فرمول تجربی استاد پیرنیا صورت گرفت و مشاهده شد که فرمول تجربی به رغم محدودیت‌هایی که دارد؛ می‌تواند برای اکثر زمینه‌های متعارف پاسخ‌های دقیقی تولید نماید. این امر ممکن است حاکی از همکاری تاریخی بین ریاضی‌دانان قدیم با معماران قلمداد گردد که البته بررسی دقیق‌تر آن نیازمند پژوهش‌های آتی می‌باشد.

بررسی‌های پژوهش حاضر در اینجا به پایان می‌رسد؛ اما بررسی دلایل ریاضی پشت این فرمول و نحوه ارتباط آن با راه‌حل ریاضی امروزی می‌تواند موضوع پژوهش‌های آتی قرار گیرد. به هر حال، این یافته می‌تواند به این واقعیت تاریخی مرتبط دانسته شود که در گذشته ریاضی‌دانان برجسته‌ای بودند؛ مانند بوزجانی^۷، که به حل مسائل کاربردی حرفه‌مندان مختلف از جمله معماران علاقه‌مند بودند و راه‌حل‌های ساده ریاضی را جهت استفاده توسط این افراد ابداع می‌نمودند. این احتمال وجود دارد که فرمول مورد اشاره نیز توسط یکی از این ریاضی‌دانان گمنام تدوین شده باشد. اما در حال حاضر، نمی‌توان مطلب بیشتری در این باره بیان نمود.

نتیجه‌گیری

با مرور ادبیات علمی مرتبط ملاحظه گردید؛ مسأله تعیین تقسیم‌بندی مناسب زمینه برای طراحی کاربردی بر روی آن در منابع سنتی به شکل دقیقی حل نشده است و طراح اغلب باید بکوشد که به کمک آزمون و خطا راه‌حل بهینه‌ای را بیابد. این امر می‌تواند در ارتباط نزدیک با اظهارات ابوالقاسمی در نظر گرفته شود (نک: ابوالقاسمی ۱۳۸۹، ۳۸۵-۳۸۶)؛ مبنی بر این که برای معماران ایرانی، طراحی و ساخت سقف فضاها دغدغه اولیه قلمداد می‌شده و طراحی پلان طبقات از آن تبعیت می‌نموده است. این در حالی است که معمولاً در معماری معاصر نخست طراحی پلان طبقات مطرح می‌شود و طراحی سقف فضاها به دنبال آن مورد توجه قرار می‌گیرد. از این رو، می‌توان دریافت که مسأله طراحی کاربردی برای یک زمینه خاص، به شکل انتزاعی، نامحدود و دقیقی که در این مقاله مطرح می‌شود؛ برای معماران سنتی مطرح نبوده است. تأکیدی که در معماری سنتی بر کاربرد شکل‌های استاندارد برای زمینه کاربردی‌ها می‌گردد؛ از قبیل هشت و نیم‌هشت، نگینی، کشکولی و غیره، بیانگر آن است که مسأله طراحی کاربردی بر روی یک زمینه مشخص برای معماران سنتی به شکل بسیار محدودتری از آنچه در این پژوهش





پی‌نوشت

۱. میپل ۱۳ (Maple, ۱۳,۰) محصول شرکت میپل‌سافت (Maplesoft) می‌باشد که شعبه‌ای از شرکت واترلو میپل (Waterloo Maple Inc) است.
۲. واحد سنتی اندازه‌گیری طول در معماری ایرانی «گز» یا «ذرع» بود که تقریباً معادل ۱۰۶ سانتی‌متر بوده است. با این حال، استاد پیرنیا در مثال‌هایی که ارائه می‌نماید، واحد متر را استفاده می‌کند.
۳. برای توضیح در مورد انواع کاربرندی‌ها و اصطلاحات تخصصی آنها نک Pour Ahmadi, 2014.
۴. منظور از اصطلاح دوپا در روش استاد لرزاده و استاد شعرباف یکسان نیست. آنچه را که لرزاده یک نیمکار دوپا می‌نامد؛ در روش شعرباف یک‌پا نامیده می‌شود. در این پژوهش، روش شعرباف ملاک قرار گرفته است.
۵. نک به متن برنامه که در پیوست ارائه شده است.
۶. توجه گردد که بر اساس مقادیر فعلی متغیرها، برنامه تقسیم‌بندی هر کمان دایره در مقابل اضلاع مستطیل را برای همه وضعیت‌ها از یک تا ده قسمت، مورد بررسی و تحلیل قرار می‌دهد. بدیهی است که طراح در صورت تمایل می‌تواند این متغیرها را تغییر دهد.
۷. نک: البوزجانی ۱۳۸۹

منابع

۱. ابوالقاسمی، لطیف. ۱۳۸۹. *هنجار شکل‌یابی معماری اسلامی ایران، در: معماری ایران (دوره اسلامی)*. ویرایش محمد یوسف کیانی. تهران: سمت.
۲. بزرگمهری، زهره. ۱۳۸۵. *هندسه در معماری*. تهران: انتشارات سازمان میراث فرهنگی کشور.
۳. البوزجانی، ابوالوفا محمد بن محمد. ۱۳۸۹. *هندسه ایرانی: کاربرد هندسه در عمل*. ترجمه و اضافات سید علیرضا جذبی. تهران: سروش.
۴. پورنادری، حسین. ۱۳۷۹. *شعرباف و آثارش (جلد دوم گره و کاربرندی)*. تهران: انتشارات سازمان میراث فرهنگی کشور.
۵. رئیس‌زاده، مهناز، و حسین مفید. ۱۳۸۹. *احیای هنرهای از یاد رفته: مبانی معماری سنتی در ایران به روایت استاد حسین لرزاده*. تهران: مولا.
۶. شعرباف، اصغر. ۱۳۸۵. *گره و کاربرندی*. تهران: انتشارات سازمان میراث فرهنگی کشور.

References

1. Abol-Ghāsemi, Latif. 2011. *The Order of Creation of Form in Iranian Islamic Architecture, in: The Architecture of Iran (Islamic period)*. Edited by Mohammad Yousof Kiāni. Tehran: SAMT.
2. Bozorgmehri, Zohreh. 1992. *Geometry in Architecture*. Tehran: Iranian Cultural Heritage Organization.
3. Al-Buzjāni, Abu Alvafā Mohammad ibn-e Mohammad. 2011. *Persian Geometry: Applied Geometry*. Persian Translation with Additions by Seyyed Alireza Jazbi. Tehran: Soroush.
4. Pour Ahmadi, M. 2014. *A Basic Method for Naming Persian Karbandis Using a Set of Numbers*. Nexus Network Journal 16(2): 313-343.
5. Pour Nāderi, Hossein. 1999. *Sharbaf and His Works; Second Volume of Gereh and Karbandi*. Tehran: Iranian Cultural Heritage Organization.
6. Ra'ees Zādeh, Mahnāz and Hossein Mofid. 2011. *Revival of Forgotten Arts: Basics of Traditional Architecture in Iran as Narrated by Master Hossein-e Lorzadeh*. Tehran: Moula.
7. Sha'rbāf, Asghar. 2006. *Gereh and Karbandi*. Tehran: Iranian Cultural Heritage Organization.



ضمیمه

برنامه نوشته شده به زبان میپل که در این مقاله مورد استفاده قرار گرفته است، در اینجا ارائه شده است.

شروع برنامه

```
> karbandi := proc( );
local i;
i := readstat("Enter 1 for 1-pa or 2 for 2-pa");
if i = 1 then
pa := proc( );
local a, b, e;
a := readstat("Length");
b := readstat("Width");
e := readstat("Tolerance");
if a <= 0 or b <= 0 or e < 0 or e > 10 then
error("Length, width, tolerance must be positive and Tolerance must be less than 10");
end if;
ratio := evalf( b/a, 12);
print("Your length is ", a, " and width is ", b, " The ratio of width to length is ", ratio,
" and Tolerance is ", e);
p := 0;
for n from 1 to 10 do
for m from 1 to 10 do
t := 3.14159265358979 / (n + m);
R := evalf( 1 / (2 * cos( n/2 * t)), 15);
y := evalf( 2 * R * cos( m/2 * t), 15);
y := evalf(y);
R := a/R;
if abs(y - ratio) <= e then
d := gcd(n, m);
p := p + 1;
E[p] := abs(y - ratio);
F[E[p]] := ("Possible division", n/d, k/d, m/d, " take a circle with radius ", R, "Exact ratio is ",
y);
end if;
end do;
end do;
end do;
if p = 0 then
print("Sorry ! There is no result , try again by another rectangle or tolerance");
else
k := 0;
M[0] := 0;
for j from 1 to p do
M[j] := 100;
for i from 1 to p do
if M[j - 1] < E[i] < M[j] then:
M[j] := E[i];
else
end if;
end do;
end do;
for i from 1 to p do
if M[i] < 100 then:
k := k + 1;
else
end if;
end do;
for i from 1 to k do:
print(i, F[M[i]], "in this case tolerance is ", M[i]);
end do;
end proc;
pa2( );
else
error("You must Enter number 1 or 2");
end if;
end proc;
karbandi( );
```

ادامه برنامه

```
end do;
end do;
for i from 1 to p do:
if M[i] < 100 then:
k := k + 1;
else:
end if;
end do;
for i from 1 to k do:
print(i, F[M[i]], "in this case tolerance is ", M[i]);
end do;
end proc;
pa2( );
else:
if i = 2 then:
print("NOTE: You choose karbandiye 2 pa");
pa2 := proc( );
local a, b, e;
a := readstat("Length");
b := readstat("Width");
e := readstat("Tolerance");
if a <= 0 or b <= 0 or e < 0 or e > 10 then:
error("Length, width, and tolerance must be positive and Tolerance must be less than 10");
end if;
ratio := evalf( b/a, 12);
print("Your length is ", a, " and width is ", b, " The ratio of width to length is ", ratio,
" and Tolerance is ", e);
p := 0;
for n from 1 to 10 do:
for k from 1 to 10 do:
for m from 1 to 10 do:
t := 3.14159265358979 / (n + m + 2 * k);
R := evalf( 1 / (2 * cos( n/2 * t)), 15);
y := evalf( 2 * R * cos( m/2 * t), 15);
y := evalf(y);
R := a/R;
if abs(y - ratio) <= e then:
d := gcd(gcd(n, m), k);
p := p + 1;
E[p] := abs(y - ratio);
F[E[p]] := ("Possible division", n/d, k/d, m/d, " take a circle with radius ", R,
"Exact ratio is ", y);
end if;
end do;
end do;
end do;
end proc;
end if;
```

قسمت پایانی برنامه

```
end do;
end do;
end do;
if p = 0 then:
print("Sorry ! There is no result , try again by another rectangle or tolerance");
else:
k := 0;
M[0] := 0;
for j from 1 to p do:
M[j] := 100;
for i from 1 to p do:
if M[j - 1] < E[i] < M[j] then:
M[j] := E[i];
else:
end if;
end do;
end do;
for i from 1 to p do:
if M[i] < 100 then:
k := k + 1;
else:
end if;
end do;
for i from 1 to k do:
print(i, F[M[i]], "in this case tolerance is ", M[i]);
end do;
end proc;
pa2( );
else:
error("You must Enter number 1 or 2");
end if;
end proc;
karbandi( );
```

**Design of Persian Karbandi: The Problem of Dividing the Base from a Mathematical Viewpoint****Mojtaba Pour Ahmadi ***

Department of Architecture, Faculty of Architecture and Arts, University of Guilan, Rasht, Iran (Corresponding Author)

Mehdi Sohrabi **

Department of Mathematics, Roudsar and Amlash Branch, Islamic Azad University, Roudsar, Iran

Received:30/04/2017

Accepted: 03/06/2018

Abstract

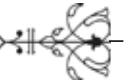
Karbandi is the structure of a kind of roofing in Persian architecture. One of the main issues related to the design of karbandi is that, due to its geometrical structure, it is not possible to design any desired karbandi on a given base. Therefore, it is necessary for the designer to be able to discern the proper karbandi for a given base. The most critical stage in designing a karbandi is when the designer should recognize the number of sides of a proper karbandi for the given base. Therefore, the question that this paper is trying to answer is that from a mathematical point of view how an architect can find out the proper segmentation of the base to fit the geometrical structure of a karbandi.

In this paper first a literature review of traditional methods for designing karbandis is conducted in which the methods of three master architects are examined. They include master Pirnia, Sha'rbaf, and Lorzadeh. The problem with these traditional methods is that no clear explanation is given for the way the designer can reach a proper division of the base. Only Pirnia speaks of a simple empirical formula that was used by traditional architects.

This formula has its specific limitations too. It is so arranged that in order to produce a meaningful answer, the numbers pertaining to the length and width of the base rectangle have to be integer numbers. However, it is highly probable that a designer wants to design a karbandi on a rectangular base with non-integer dimensions. Besides its limited range of function, it is not mathematically clear how much accurate its answers are. Pirnia admits that this formula was not aimed to be quite accurate and most of the times the designers had to modify the original dimensions of the base in order to find an acceptable one. The less accurate the segmentation of the base rectangle, the more deviated will be the shamseh piece of the karbandi from a true circle towards an ellipse.

Therefore, in the absence of a precise mathematical solution for this problem, it was probable that most of the times the designers had to content themselves with proximate solutions out of trial and error process or had to alter the original dimensions of the base in order to be able to build up a karbandi on it.

In this paper this problem is formulated as a mathematical question and is solved. Then a program in Maple language is written to do the iterative calculations and print the relevant answers. Designers can easily run the program to find possible karbandis for any desired base. When the program



is executed in Maple application, it prompts the user to determine whether a one-footed karbandi is required or a two-footed one. Then the length and width of the base rectangle and finally, the acceptable tolerance are asked. The acceptable tolerance is defined based on the ratio of the length to width of the rectangle. After entering these variants, the calculations are done and the answers which are within the domain of acceptable tolerance are printed orderly from the most exact answers to the least.

In other words, the first answer belongs to the rectangle which is most similar to the original base. The output of the program includes the method for the segmentation of the base, the radius of the cutting circle, the proportion of the sides of the suggested rectangle, and the relevant tolerance for every printed answer. The advantages of this program include the high level of accuracy and the possibility to check an infinite number of options in a very short time (in the current version of the program the variants are set in order that the program checks 1000 options to produce its outputs but this number can be adjusted by the user). After introducing the mathematical solution to the problem and writing the relevant program to do the calculations, the paper continues to include one example of its application to design one-footed and two-footed karbandis on a given base to show its capability and convenience.

After that, the program is used to test the credibility of the empirical formula mentioned by master Pirnia. Nine different bases that are mentioned by Pirnia to show the application of the formula are used to compare the results. Surprisingly, it is observed that the Pirnia's simple empirical formula in five cases out of nine cases produces the most exact answers produced by the program. Regarding cases in which the answer by the formula is not the most exact answer according to the program, it can be said that this difference reflects practical, structural, or aesthetical concerns of traditional architects. Therefore, the test shows that the formula used by Persian architects, though limited in its scope, was really a working formula that could be used as a useful basic guidance for designers of karbandis. This finding might be related to the historical fact that there were expert mathematicians who were interested in solving practical problems of professions like architecture and who devised simple mathematical solutions to be used by ordinary practitioners.

Keywords: Persian Architecture, Karbandi, Master Pirnia, Master Sha'rbaf, Master Lorzadeh.



Contents

Conceptual Model for Evaluation of Architectural Space Indicators Based on the Comparison of Western and Iranian-Islamic Viewpoints	1
Sajad Soleymanzadeh / Farah Habib / Iraj Etessam	
Design of Persian Karbandi: The Problem of Dividing the Base from a Mathematical Viewpoint	21
Mojtaba Pour Ahmadi / Mehdi Sohrabi	
Explaining the factors affecting the creation of a sense of place in the ImamZades (Imamzadeh Seyed Hassan and Imamzadeh Saleh)	37
Behzad vasigh / Ataollah Yarikia	
Prioritization and Exploration of the Principles and Values of Islamic Era Iranian Architecture based on Manifestation of Meaning in Contextual Elements of Architecture (by Seeking Assistance from ĀYA 23 of the Honorable Surah Hashr)	50
Jamal-e-Din Mahdinejad / Hamidreza Azemati / Ali Sadeghi habibabad	
Prioritizing sustainability strategies in the neighborhood with the Islamic approach	69
Farhang Mozafar / Abdolhamid Noghrehkar / Mahdi Hamzehnezhad / Sediqeh Moeinmehr	
Contentment and Architecture An Investigation of the Manifestation of the Concept of Contentment in the Pattern of Iranian Traditional Houses (Case Study: Mortaz House)	87
Ali Akbar Heidari / Isa Ghasemian	
A critical review towards the conception of the "Razi Style" according to the architectural analyze of Tomb and Dome Chamber in Seljuk architecture	107
Amin Moradi / Behruz Omrani / Rasool Musavi Haji	



Managing Director: vice chancellor for
research-Iran University of Science and Technology

Editor-in-chief: Mohsen Feizi

Administrative Director:

Fatemeh Mehdizadeh Seraj

Administrative assistant:

AmirHosein Yousefi- Zahra Kashanidoust

Persian literary Editor: Sara Motevalli

English literary Editor: Mohamadreza Atae Hamedani

Editorial Board Members:

Seyyed Gholam Reza Eslami: Associate Professor,
Tehran University

Hasan Bolkhari: Professor, Tehran University

Mostafa Behzadfar: Professor,

Iran University of Science and Technology

Mohammad Reza Pourjafar: Professor,
Tarbiat Modares University

Mahdi Hamzeh Nejad: Assistant Professor,
Iran University of Science and Technology

Esmail Shieh: Professor, Iran University
of Science and Technology

Manoochehr Tabibian: Professor, Tehran University

Mohsen Faizi: Professor, Iran University
of Science and Technology

Hamid Majedi: Associate Professor, Science and
Research Branch, Islamic Azad University

Asghar Mohammad Moradi: Professor, Iran University
of Science and Technology

Gholam Hossein Memariyan: Professor, Iran University
of Science and Technology

Fatemeh Mehdizadeh: Professor, Iran University
of Science and Technology

Mohammad Naghizade: Assistant Professor, Science and
Research Branch, Islamic Azad University

Ali Yaran: Professor, Iran Ministry of Science,
Research and Technology

Design assistant: AmirHosein Yousefi

Reviewers for Volume7, Number23:

Ahad Nezhad Ebrahimi : Assistant Professor, Tabriz Islamic Art
University

Mohammad Reza Pourjafar: Professor, Tarbiat Modares
University

Samaneh Taqdir: Assistant Professor, Iran University of
Science and Technology

Hasan Sajadzadeh: Assistant Professor, Boali University

Maryam Rosta: Assistant professor, University of Shiraz

Reza Sameh: Assistant professor, Imam Khomeini International
University

Amin Abdmojiri: Assistant Professor, University of Qom

Hojat Golchin: Assistant Professor, Bahonar University

Shariar Nasekhian: Assistant Professor, Isfahan Art University

Abdolhamid Noghrehkar: Associate Professor, University of Qom

Parisa Hashempour: Assistant Professor, Tabriz University of Art

Seyed Majid Hashemi: Assistant Professor, Shahid Rajaei
University

Mahdi Saadvandi: Assistant Professor, Isfahan University of Art





- **Conceptual Model for Evaluation of Architectural Space Indicators Based on the Comparison of Western and Iranian-Islamic Viewpoints**
Sajad Soleymanzadeh / Farah Habib / Iraj Etessam
- **Design of Persian Karbandi: The Problem of Dividing the Base from a Mathematical Viewpoint**
Mojtaba Pour Ahmadi / Mehdi Sohrabi
- **Explaining the factors affecting the creation of a sense of place in the ImamZades (Imamzadeh Seyed Hassan and Imamzadeh Saleh)**
Behzad vasigh / Ataollah Yarikia
- **Prioritization and Exploration of the Principles and Values of Islamic Era Iranian Architecture based on Manifestation of Meaning in Contextual Elements of Architecture (by Seeking Assistance from ĀYA 23 of the Honorable Surah Hashr)**
Jamal-e-Din Mahdinejad / Hamidreza Azemati / Ali Sadeghi habibabad
- **Prioritizing sustainability strategies in the neighborhood with the Islamic approach**
Farhang Mozafar / Abdolhamid Noghrehkar / Mahdi Hamzehnezhad / Sediqeh Moeinmehr
- **Contentment and Architecture An Investigation of the Manifestation of the Concept of Contentment in the Pattern of Iranian Traditional Houses (Case Study: Mortaz House)**
Ali Akbar Heidari / Isa Ghasemian
- **A critical review towards the conception of the "Razi Style" according to the architectural analyze of Tomb and Dome Chamber in Seljuk architecture**
Amin Moradi / Behruz Omrani / Rasool Musavi Haji